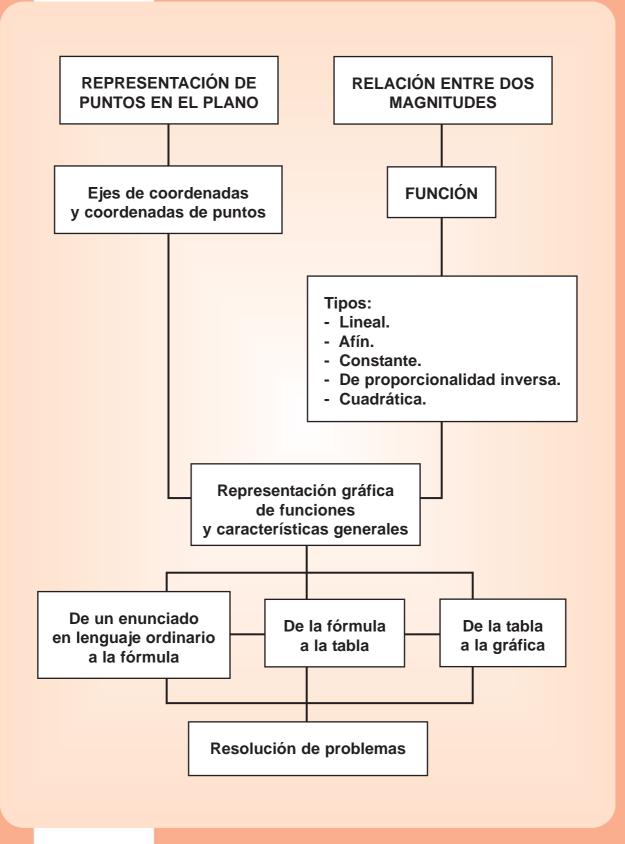
8

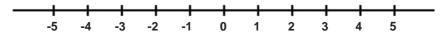
FUNCIONES



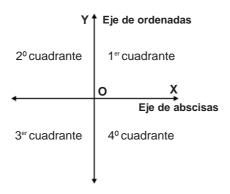
1. REPRESENTACIÓN DE PUNTOS EN EL PLANO.

• Ejes de coordenadas

Recuerda que los números naturales, enteros y racionales los representábamos a través de puntos en una recta. Para ello tomábamos un punto como origen (el cero) que dividía a la recta numérica en dos semirrectas.



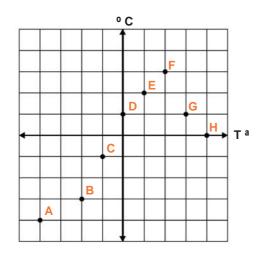
Si representamos dos rectas numéricas perpendiculares (**ejes de coordenadas**) se cortan en un punto llamado origen y dividen al plano en cuatro cuadrantes.



- El eje horizontal lo llamaremos eje de abscisas y le asignaremos la letra X.
- El eje vertical lo llamaremos eje de ordenadas y le asignaremos la letra Y.
- El punto donde se cortan los ejes lo llamaremos **origen** y le designaremos la letra **O**.

Representación gráfica de puntos. Coordenadas de un punto.

Hemos representado gráficamente sobre un eje de coordenadas la temperatura registrada en el Polo Norte a diferentes alturas sobre el nivel del mar.



- Para situar un punto en un plano necesitamos un par ordenado de números a los que llamaremos coordenadas del punto.
- La 1ª coordenada corresponde al eje de las abscisas y la llamaremos abscisa del punto.
- La 2ª coordenada corresponde al eje de las ordenadas y la llamaremos **ordenada del punto.**

En nuestro caso las coordenadas del punto E son (1, 2), 1 es la abscisa y 2 es la ordenada, y nos indican que a la altura de 1 m la temperatura es de 2 $^{\circ}$ C.

Como puedes observar para interpretar una gráfica es importante conocer el significado de lo que representa cada eje, pues no es lo mismo decir que a 1 m de altura hay una temperatura de 2 °C, que decir que a 2 m de altura hay 1 °C.

142 FUNCIONES COLEGIO VIZCAYA



PARA PRACTICAR

- 1.
- Escribe las coordenadas de los puntos A, B, C, D, E, F, G y H del ejemplo anterior y señala quién es la abscisa y quien la ordenada en cada punto.
- 2.

Representa sobre un eje de coordenadas los puntos

(2, 3), (4, 2), (-3, 1), (-4, 3), (-6, -4), (0, 3), (5, 0), (0, -5), (-3, 0), (4, -3).

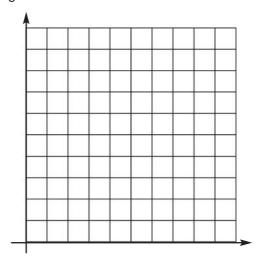
PARA APRENDER

2. FUNCIONES, TABLAS Y GRÁFICAS.

En la siguiente tabla se han representado los valores correspondientes a la altura de una planta durante los 7 primeros días de vida.

| Días | cm | Vemos que al finalizar el primer día la planta ha crecido | - |
|------|-----|---|---|
| 1 | 1 | 1 cm, que al finalizar el segundo día ha crecido 1'5 cm, | |
| 2 | 1'5 | | |
| 3 | 2 | A cada día le corresponde un único valor de la altura. | |
| 4 | 2'5 | | |
| 5 | 3 | Los valores de los días pueden ser cualesquiera, pero los | |
| 6 | 3'5 | valores de la altura dependen del paso del tiempo, de los | |
| 7 | 4 | días que han pasado. | |

Representa los datos de la tabla gráficamente:

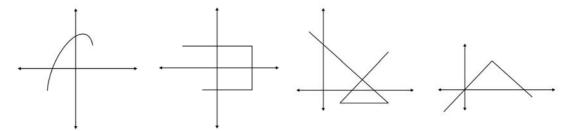


- Función: es la relación que existe entre dos magnitudes, de manera que a cada valor de la 1ª le corresponde un único valor de la 2ª.
- A la magnitud que se fija previamente y puede tomar cualquier valor, se le llama variable independiente y se le designa con la letra x.
- A la magnitud cuyo valor depende de la variable independiente y se calcula a partir de ella se le llama variable dependiente y se designa con la letra y.
- La representación de los pares de valores relacionados forma la **gráfica** de la función.

PARA PRACTICAR



¿Cuáles de las siguientes gráficas corresponden a funciones y cuáles no?



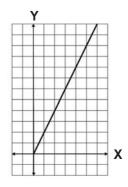
PARA APRENDER

3. DE LA FÓRMULA A LA GRÁFICA.

Observa la siguiente tabla y su correspondiente gráfica.

¿Encuentras alguna relación entre las dos variables?

Está claro que los valores de la variable y son el doble de los de la x, luego podemos escribir la ecuación: y = 2x



Recuerda que \mathbf{x} es la variable independiente y que \mathbf{y} es la dependiente. Además, en este caso, la dependencia viene dada por la ecuación: $\mathbf{y} = 2\mathbf{x}$.

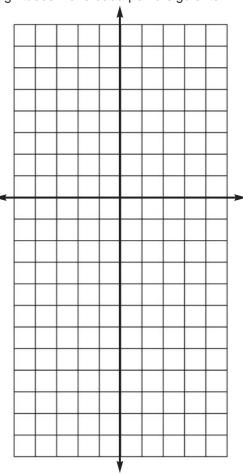
- Consideremos ahora que la relación que existe entre dos magnitudes viene dada por la siguiente ecuación: y = 3x - 2 ▲

a) Indica quién es la variable independiente y la dependiente.



| | X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|----|----|----|---|---|---|---|
| • | У | | | | | | | |

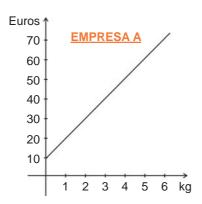
- c) Represéntala gráficamente.
- d) ¿Se pueden unir los puntos de la gráfica entre sí? Razona tu respuesta.

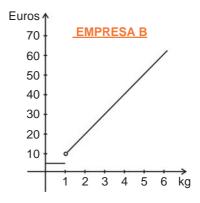


4. CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES.

Continuidad y discontinuidad

Aitor quiere mandar un paquete desde Bilbao a Donosita y ha pedido a dos empresas diferentes de paquetería sus tarifas respectivas. A continuación se muestra la información dada por cada empresa:







- a) ¿Cuánto le costará a Aitor enviar un paquete de 1 kg con la empresa A? ¿Y con la B?
- b) Responde a las preguntas anteriores si el paquete ahora pesa 2 kg.
- c) ¿Alguna de las gráficas anteriores tiene saltos? ¿Dónde? ¿Por qué?
- d) Si dibujamos las gráficas anteriores, ¿cuál se puede dibujar sin levantar el lápiz del papel?

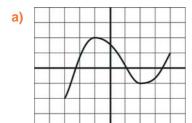
Una función es continua cuando su gráfica no presenta 'saltos'. Por tanto su gráfica se puede trazar sin levantar el lápiz del papel. En caso contrario se dice que la función es discontinua.

Una función es continua cuando su gráfica no presenta 'saltos'. Por tanto su gráfica se puede trazar sin levantar el lápiz del papel. En caso contrario se dice que la función es discontinua.

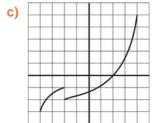
PARA PRACTICAR

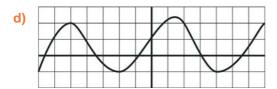
4.

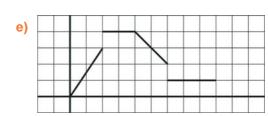
Estudia si las siguientes son funciones son continuas o discontinuas, y en este caso, indica los puntos de discontinuidad.





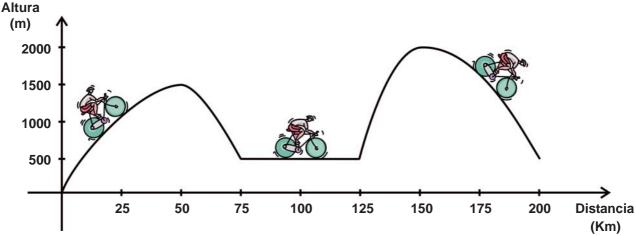






Crecimiento y decrecimiento

En la siguiente gráfica se muestra el perfil de una etapa de una competición ciclista:



- a) ¿Cuántos km dura la etapa?
- b) ¿A qué altura están la salida y la meta?
- c) ¿Cuántas cumbres tienen que ascender los corredores? ¿A qué altura está la cima de cada cumbre?
- d) ¿En qué intervalos los ciclistas tienen que ascender?
- e) ¿Y bajar?
- f) ¿En qué tramo los corredores llanean?



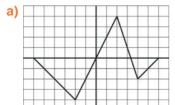
Los tramos en los que el ciclista asciende, se dice que la función es **creciente**; en los que baja, **decreciente**; y en los que ni sube ni baja **creciente y decreciente** a la vez (constante).

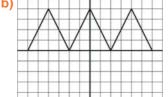
Una función es **creciente** (**decreciente**) cuando al aumentar la variable independiente, x, aumenta (disminuye) la variable dependiente, y.

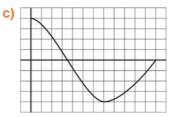
Una función es **creciente y decreciente** a la vez (constante) cuando al aumentar la variable independiente, x, la variable dependiente, y, no varia.

PARA PRACTICAR

Estudia el crecimiento y el decrecimiento de las siguientes funciones. ¿Son continuas?





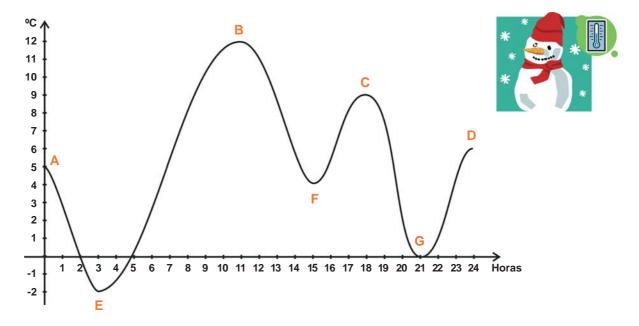


- 4. Explica si son crecientes o decrecientes las funciones asociadas a las siguientes situaciones:
 - a) El precio de una llamada telefónica según su duración.
 - b) La gasolina que contiene el depósito de un coche según los km recorridos.

146 FUNCIONES

Máximos y mínimos

Hemos recogido en una gráfica las temperaturas que se han registrado en la ciudad de Durango durante el pasado 31 de diciembre.



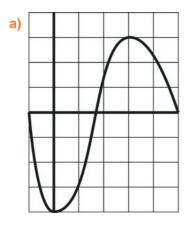
- a) ¿A qué hora la temperatura fue máxima? ¿Y mínima?
- b) ¿Qué temperatura hacia en Durango a las 9 de la mañana?
- ¿A qué horas se han registrado las temperaturas más altas?
- d) ¿Y más bajas?

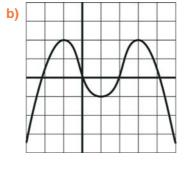
Los puntos A, B C y D se llaman máximos de la función y los puntos E, F y G mínimos de la función.

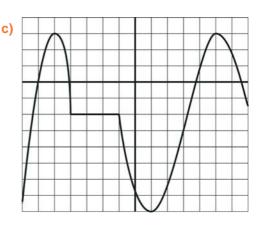
Una función tiene un máximo o un mínimo en un punto si la función en ese punto toma un valor mayor o menor que los puntos que lo rodean, respectivamente.

PARA PRACTICAR

Estudia la continuidad y crecimiento de las siguientes funciones. Señala los máximos y los mínimos.



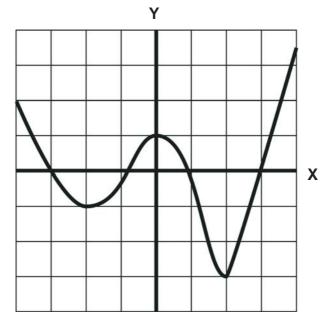




PARA APRENDER

Puntos de corte con los ejes de coordenadas

Observa la siguiente gráfica de una función:

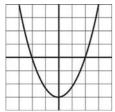


- a) ¿En qué puntos la gráfica corta al eje de las abscisas, X?
- b) ¿En qué puntos la gráfica corta al eje de ordenadas, Y?

PARA PRACTICAR

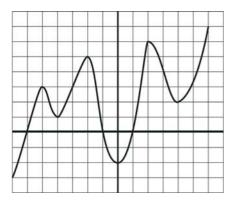


Indica las coordenadas de los puntos de corte de la siguiente función con los ejes de coordenadas.



220

Estudia la siguiente función. (Continuidad, crecimiento, máximos y mínimos, y puntos de corte con los ejes)



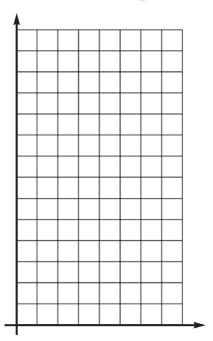
5. FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA. FUNCIÓN LINEAL: y = m x

Hemos construido una tabla con el precio que cuesta guardar un coche en un parking.

| Tiempo (horas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------|---|---|---|---|---|----|----|
| Precio (€) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |



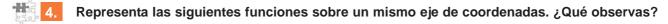
- ¿Cuál es la variable independiente?
- ¿Y la dependiente? b)
- ¿Cómo es la dependencia que hay entre las dos magnitudes: directa o inversa?
- d) Expresa a través de una ecuación la relación que hay entre las dos variables.
- Representa gráficamente la función. e)
- f) ¿Se pueden unir los puntos? Razona tu respuesta.
- ¿Pasa la función por el origen de coordenadas?



Función lineal: Las funciones de la forma y = m x se llaman funciones lineales o de proporcionalidad directa y cumplen las siguientes propiedades:

- 1) x e y son dos magnitudes directamente proporcionales.
- 2) La gráfica de esta proporción es una recta que pasa por el origen (0,0).
- 3) La constante m es la constante de proporcionalidad entre las dos magnitudes y se llama pendiente de la recta, porque tiene que ver con su inclinación. La pendiente nos da la mayor o menor inclinación de la función con respecto al eje de abscisas.

PARA PRACTICAR



- a) y = x
- **b)** y = 2x
- **c)** y = 3x
- d) y = 4x
- Representa las siguientes funciones sobre un mismo eje de coordenadas. ¿Qué observas?
 - a) y = -x
- **b)** y = -2x **c)** y = -3x **d)** y = -4x

6. LAS FUNCIONES AFINES: y = m x + n

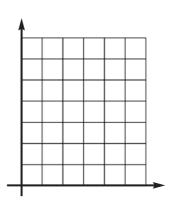
Una compañía telefónica cobra 0'5 € por establecimiento de llamada y 1 € más por cada minuto que hablemos. Queremos representar gráficamente el precio que cuesta una llamada en función de los minutos que estemos hablando, para ello vamos a escribir primero una tabla de valores.

| 0 minutos → | 0'5 € |
|-------------|-----------------|
| 1 minutos → | 0'5 + 1 = 1'5 € |
| 2 minutos → | 0'5 + 2 = 2'5 € |
| 3 minutos → | 0'5 + 3 = 3'5 € |
| 4 minutos → | 0'5 + 4 = 4'5 € |

| Minutos | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Precio € | 0'5 | 1'5 | 2'5 | 3'5 | 4'5 |



- a) Represéntala gráficamente.
- b) ¿Cuál es la variable independiente?
- c) ¿Y la dependiente?
- d) ¿La gráfica pasa por el origen?
- e) Obtén una ecuación que represente esta función.



Función afin: Las funciones de la forma y = mx + n, $(n \neq 0)$ se llaman funciones afines y cumplen las siguientes propiedades:

- 1) Su gráfica es una recta que no pasa por el origen.
- 2) m es la pendiente de la recta.
- 3) n es el valor de la ordenada para x = 0 y se llama ordenada en el origen.

PARA PRACTICAR



a)
$$y = 5x + 2$$

b)
$$y = -3x + 3$$

c)
$$y = 6x - 1$$

d)
$$y = -2x + 1$$

e)
$$y = 4x - 2$$

A

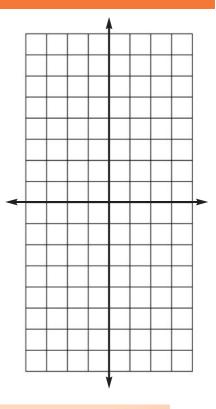
PARA APRENDER

7. RECTAS PARALELAS.

Rectas paralelas

Representa gráficamente las funciones y = 2x - 1 e y = 2x + 1 sobre un mismo eje de coordenadas.

- a) ¿Cómo son las rectas que has dibujado?
- b) ¿Cuál es el valor de la pendiente en cada una de las rectas?



Rectas paralelas: Dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente.

Rectas paralelas a los ejes:

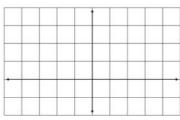
- Rectas de ecuación y = k. Funciones constantes.

La entrada a un museo cuesta 3 € cualquiera que sea el número de horas que permanezcamos dentro.

Completa la siguiente tabla:

| Tiempo (h) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | x |
|------------|---|---|---|---|---|---|
| Precio (€) | 3 | | | | | |

Representa gráficamente esta función:



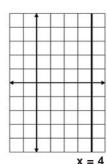
- a) ¿Cómo es la recta que has dibujado con respecto al eje de abscisas? ¿Y respecto al de ordenadas?
- b) Da una ecuación que represente esta función.

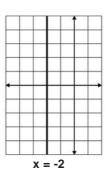
Función constante: Las funciones de ecuación y = k se llaman funciones constantes y su gráfica es una recta paralela al eje de abscisas a una distancia k de éste.

- Rectas de ecuación x = k.

Vamos a representar gráficamente las ecuaciones $\mathbf{x} = \mathbf{4}$ y $\mathbf{x} = -\mathbf{2}$. Para ello hacemos una tabla de valores:

| X | 4 | 4 | 4 |
|---|---|---|---|
| у | 1 | 2 | 3 |

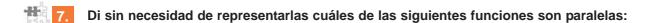




- a) ¿Cómo son estas rectas entre sí? ¿Y con el eje de ordenadas y abscisas?
- b) Para un valor de x, ¿cuántos valores hay para la y?
- c) ¿Qué deduces de la respuesta anterior?

Las **rectas de ecuación x = k** son paralelas al eje de ordenadas. Estas rectas **no son funciones** porque a un valor de x no le corresponde un único valor de y.

PARA PRACTICAR



$$y = -6x + 2$$
, $y = 2x - 3$, $y = x + 126$, $y = 2x - 3$

8. Representa en el mismo diagrama las siguientes funciones. ¿Cómo son las rectas?

$$y = -3x$$

$$y = -3x + 5$$

$$y = -3x - 1$$

9. Representa en el mismo diagrama las funciones afines siguientes:

$$y = x + 1$$

$$y = x + 5$$

$$y = x - 3$$

$$y = x + 7$$

¿ Cómo son las rectas? ¿Y las pendientes?



0. Representa la funciones siguientes:

$$y = 7$$
, $y = -3$, $y = 0$

11. Representa las siguientes rectas:

$$x = 0$$
, $x = 3$, $x = -5$, $x = 7$, $x = -2$, $x = 4$

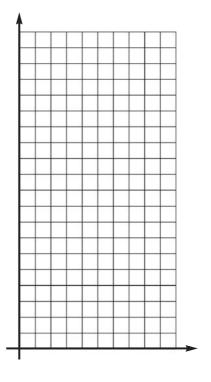
8. FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD INVERSA: y = k / x

 Hemos recogido en una tabla el número de obreros que necesitamos para construir un muro en función del tiempo del que disponemos para terminarlo.

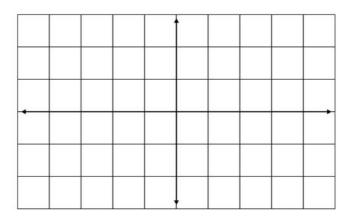
| Nº obreros | 2 | 3 | 6 | 9 |
|-----------------|----|---|---|---|
| Días de trabajo | 18 | 6 | 3 | 2 |



- b) ¿Qué tipo de proporcionalidad hay entre las dos magnitudes?
- c) Representa gráficamente la función.
- d) ¿Se pueden unir los puntos? ¿De qué manera?



Completa la siguiente tabla de valores para la función, y después represéntala.
 ¿Qué gráfica se obtiene?



Funciones de proporcionalidad inversa: Las funciones de la forma $y = \frac{k}{x}$ se llaman funciones de proporcionalidad inversa y cumple las siguientes propiedades:

- 1) x e y son dos magnitudes inversamente proporcionales.
- 2) La gráfica de esta proporcionalidad inversa se llama hipérbola y no pasa por el origen ni corta a los ejes de coordenadas.

PARA PRACTICAR



Representa en el mismo gráfico las funciones:

$$y = \frac{2}{x}$$

$$y = \frac{10}{x}$$

$$y = \frac{24}{x}$$

$$y = \frac{2}{x}$$
 $y = \frac{10}{x}$ $y = \frac{24}{x}$ $y = \frac{36}{x}$



Representa en el mismo gráfico las funciones:

$$y = \frac{-3}{x}$$

$$y = \frac{-12}{x}$$

$$y = \frac{-3}{x}$$
 $y = \frac{-12}{x}$ $y = \frac{-20}{x}$ $y = \frac{-30}{x}$

$$y = \frac{-30}{x}$$

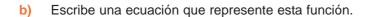
PARA APRENDER

9. LA FUNCIÓN CUADRÁTICA: $y = ax^2 + bx + c$

- Hemos construido una tabla de valores en la que relacionamos el lado de un cuadrado con su área.

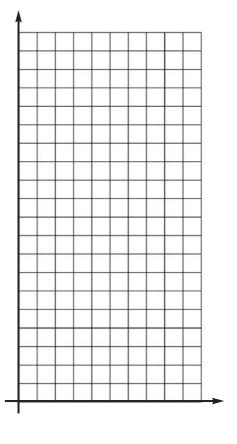
| Lado (cm) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|------------|---|---|---|---|----|
| Área (cm²) | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 |

Indica quién es la variable independiente y la dependiente.



Representa gráficamente los puntos de la tabla. c)





- Construye una tabla de valores para las siguientes funciones y luego represéntalas gráficamente. ¿Cómo son las gráficas?

a)
$$y = 2x^2$$

$$y = x^2 - 2$$

a)
$$y = 2x^2$$
 b) $y = x^2 - 2$ c) $y = -x^2 - 3x + 2$

Función cuadrática: Las funciones de la forma $y = ax^2 + bx + c$ (a \neq 0) se llaman funciones cuadráticas y cumplen las siguientes propiedades:

- 1) La gráfica de una función cuadrática es una parábola.
- 2) Si a > 0, la parábola está abierta hacia arriba.
- 3) Si a < 0, la parábola está abierta hacia abajo.

PARA PRACTICAR



Representa las siguientes funciones cuadráticas:

$$y = x^2$$

$$y = 2x^2$$

$$y = -x^2$$

$$y = -2x^2$$



Representa las siguientes funciones cuadráticas:

$$y = x^2 + 1$$
 $y = x^2 - 3$

$$y = x^2 - 3$$



Representa las siguientes funciones cuadráticas:

$$y = x^2 - 6x$$

$$y = x^2 - 7x + 6$$

$$y = x^2 - 7x + 6$$
 $y = x^2 - 3x + 2$



Indica qué tipo de función son y represéntalas gráficamente:

a)
$$y = 2x$$

e)
$$y = -3x + 5$$

i)
$$v = -3x$$

b)
$$y = -1$$

$$\mathbf{f}$$
 $\mathbf{v} = -\mathbf{x}^2$

c)
$$y = \frac{1}{2}x$$

g)
$$y = -\frac{3}{4}x$$

h) $y = x^2 - 4x$

k)
$$y = -\frac{1}{2}x - 2$$

d)
$$V = X^2 - 4$$

h)
$$y = x^2 - 4x$$

$$V = x^2 - 4x + 3$$



Representa en el mismo diagrama las siguientes funciones.

$$y = x^2$$

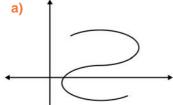
$$y = 4x^2$$

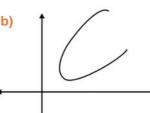
$$y = x^2$$
 $y = 4x^2$ $y = \frac{1}{4}x^2$

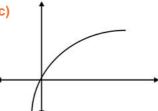


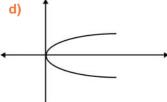
Di cuáles de las siguientes gráficas son funciones y cuáles no. Justifica tu respuesta:

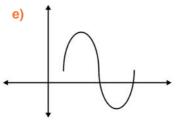












PARA ENTRENAR



1. Representa los siguientes puntos:

$$(4, 2), (3, 6), (4, -1), (-4, 3), (-5, -2), (0, 5), (3, 0), (-2, 0), (0, -2), (0, 0)$$

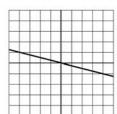


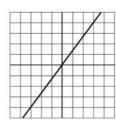
2. Asocia a cada una de las gráficas la ecuación que le corresponda:

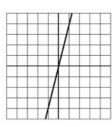
a)
$$y = 4x$$

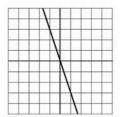
b)
$$y = \frac{4}{3}x$$

a)
$$y=4x$$
 b) $y=\frac{4}{3}x$ c) $y=\frac{-1}{4}x$ d) $y=-3x$











3. Dadas las funciones lineales siguientes:

$$y = -x$$

$$y = -3x$$

$$y = 2x/3$$

- a) ¿Cuál es la pendiente da cada curva?
- b) Represéntalas gráficamente.



4. Representa en el mismo diagrama las funciones afines siguientes:

$$y = 2x + 3$$
 $y = 2x - 1$ $y = 2x + 5$

$$y = 2x - 1$$

$$y = 2x + 5$$

$$y = 2x - 4$$

¿Cómo son las rectas? ¿Y las pendientes?



5. Dadas las siguientes tablas, di cuáles de ellas corresponden a funciones y cuáles no:

| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|----|----|
| У | 1 | 4 | 9 | 16 | 25 |
| X | 1 | 2 | | 4 | 5 |
| У | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| х | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| У | 5 | 9 | 4 | 3 | 2 |



6. Representa en el mismo diagrama las siguientes funciones. ¿Cómo son las rectas?

$$y = 2x - 1$$

$$y = 2x + 3$$

$$y = 2x - \frac{2}{3}$$

7. Representa en el mismo diagrama las siguientes funciones.

$$y = x^2$$

$$y = x^2 + 5$$

$$y - y^2 - 7$$



👫 8. Di sin necesidad de representarlas cuáles de las siguientes funciones son paralelas:

- a) y = 5x + 2, y = -5x 3, y = 5x + 126, y = -3x 3
- **b)** y = 3x 2, y = -3x + 5, y = 1/3x 2, y = -3x + 6



9. Representa las rectas de ecuación y = -2x, y = -2x + 5, y = -2x - 6. ¿Son paralelas? ¿Cómo son sus pendientes?

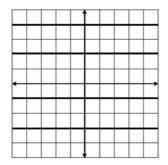


10. Dada la recta de ecuación y = 4x + 2:

- a) Escribe las ecuaciones de dos rectas que sean paralelas a la dada.
- Escribe las ecuaciones de dos rectas que no sean paralelas a la dada.



11. Escribe la ecuación de las siguientes funciones:





12. Indica qué tipo de función son y represéntalas gráficamente:

a)
$$y = 3x(x - 2)$$

f)
$$y = -\frac{1}{2}x$$

$$y = -2$$

b)
$$y = 7$$

g)
$$y = \frac{4}{7}x - 2$$

k)
$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{5}$$

c)
$$y = x^2 - 2x$$

h)
$$y = 2x + 3$$

$$y = 3x^2$$

d)
$$y = (x - 2)(x + 3)$$

h)
$$y = 2x + 3$$

m)
$$y = x(x+1)$$

e)
$$y = 3x$$

i)
$$y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{3}$$



13. Indica qué tipo de función son y represéntalas gráficamente:

a)
$$y = -x/4$$

d)
$$y = 3x + 2$$

f)
$$y = -x/3 + 3$$

b)
$$y = -x$$

g)
$$y = 5x - 1$$





14. Dibuja una gráfica de una función que sea creciente en los intervalos (-3,2) y (6,8) y decreciente en el intervalo (2,6).



 Dibuja la gráfica de una función que sea continua y que tenga dos mínimos y un máximo. ¿Podrías dibujar la gráfica de una función continua que tenga tres mínimos y un máximo?



16. Dibuja una función continua que tenga un máximo en x = -1 y un mínimo en x = 4.



17. Representa gráficamente la función que viene dada por la siguiente tabla:

| Kg de naranjas | 2 | 4 | 6 | 8 | |
|-----------------|------|------|------|------|--|
| Precio en euros | 1.60 | 3.20 | 4.80 | 6.40 | |

¿Qué tipo de función es? ¿Tiene sentido unir los puntos? Razona tu respuesta.



18. El alquiler de un autobús es de 400 euros. La tabla de valores recoge la cantidad que debe pagar cada uno dependiendo del número de alumnos que vaya a la excursión. Representa la función correspondiente. ¿Qué tipo de función es?

| Nº de alumnos | 5 | 10 | 20 | 40 | 50 |
|------------------|----|----|----|----|----|
| Euros por alumno | 80 | 40 | 20 | 10 | 8 |



19. Un metro de papel cuesta 2 €. Haz una tabla de valores que dé el precio para distintas cantidades de papel. Escribe la ecuación de la función correspondiente y represéntala.



20. En una cierta compañía de teléfonos móviles, la tarifa para llamadas a países de la U. E. Es de 1 € por establecimiento de llamada y 0,50 € por minuto de conversación. Escribe la función que relaciona el precio de las llamadas con su coste y represéntala gráficamente.



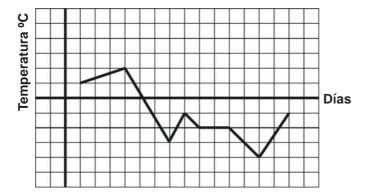
- 21. Cinco obreros realizan una obra en 6 días.
 - a) Haz una tabla de valores que exprese el número de días que tardan en hacer la obra, en función del número de obreros que trabajan.
 - b) ¿Qué tipo de función es? Halla la constante de proporcionalidad.
 - c) Escribe la ecuación de la función.
 - d) Haz su representación gráfica.



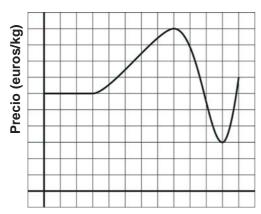
22. El coste de una máquina que pone etiquetas en botes de conservas es de 5 € desde que se conecta, y después, de 3 € por cada hora. Expresa el coste de la máquina en función del tiempo y represénta la gráficamente.



23. La gráfica representa la temperatura del agua de una playa del Cantábrico a las doce del mediodía durante los primeros quince días del último mes de julio. Analiza la gráfica.

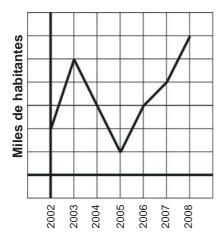


24. La evolución del precio de una marca de manzanas a lo largo de un año en el mercado se ha representado en la siguiente gráfica. Analiza la función.



Meses

- - 25. La gráfica representa el número total de personas censadas en una localidad durante el transcurso de los últimos años. Estudia las características más importantes de esta gráfica.



COLEGIO VIZCAYA



26. La cuota de abono mensual de un teléfono individual es 7 €, y cada paso cuesta 0'5 €. Encuentra la ecuación de la recta y represéntala gráficamente.



#

27. La facturación mensual de la luz, para una cierta potencia es de 8 €, y además por cada kilovatio-hora consumido hay que abonar 0'25 €. Encuentra la ecuación de la recta y representala gráficamente.



28. Se sabe que el precio de 6 kg de naranjas es de 3 €. Escribe la fórmula que relaciona el número de kilogramos y el precio. ¿Quién es la variable independiente y la dependiente? Represéntala gráficamente.



29. El precio de un kilogramo de nueces es 3'5 € ¿Cuál sería la fórmula que relaciona el precio con el número de kilogramos? Represéntala gráficamente.



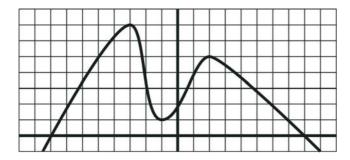
30. Un albañil aplica la siguiente tarifa: 15 € por desplazamiento y 9 € por hora. Halla la fórmula que relaciona el dinero que gana el albañil en función de las horas. Represéntala.





31. Estudia las características más importantes de estas gráficas.

a)



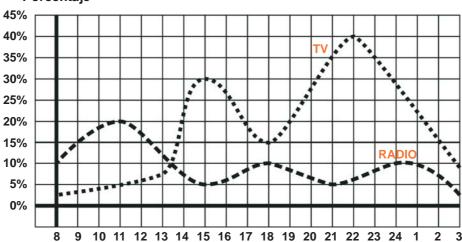
b)



世

32. Esta gráfica corresponde al porcentaje de personas que ven la televisión o escuchan la radio, en distintas horas del día.





- a) Describe la curva correspondiente a la televisión: dónde es creciente, decreciente, máximos, mínimos... Relaciónala con las actividades cotidianas: levantarse, acostarse, comida, cena...
- b) Haz lo mismo para la curva correspondiente a la radio.
- c) Compara las dos curvas y relaciónalas.

PARA APRENDER MÁS

1. Representa en el mismo diagrama las siguientes funciones.

$$y = x^2$$

$$y = 4x^2$$

$$y = x^2$$
 $y = 4x^2$ $y = \frac{1}{4}x^2$

2. Indica qué tipo de función son y represéntalas gráficamente:

a)
$$y = x^2 - 6x + 5$$

b) $y = 2x + 1$
c) $y = 2$
e) $y = -x^2 + 1$
f) $y = 4x - 4$
g) $x = 3$

e)
$$V = -X^2 + 1$$

$$i)$$
 $y = 4x$

b)
$$y = 2x + 1$$

f)
$$y = 4x - 4$$

j)
$$y = 2x - 7$$

$$v = 2$$

$$q) x = 3$$

$$k) y = 4$$

d)
$$y = \frac{3}{x}$$

h)
$$y = -\frac{12}{x}$$

1)
$$y = \frac{20}{x}$$

3. Indica qué tipo de función son y represéntalas gráficamente:

a)
$$y = -6x + 2$$

a)
$$y = -6x + 2$$
 b) $y = -x^2 - 3$ j) $y = 0$ l) $y = -5$ m) $y = 3x^2$ n) $y = -4x^2$

k)
$$v = 3$$

$$y = -5$$

m)
$$y = 3x^2$$

n)
$$v = -4x^2$$

4. Representa las funciones de cada apartado en un mismo gráfico:

a)
$$y = -x$$
, $y = -x + 5$, $y = -x - 2$

b)
$$y = 5x$$
, $y = 5x + 3$, $y = 5x - 2$

c)
$$y = -5x$$
, $y = -5x + 2$, $y = -5x - 6$

d)
$$y = \frac{1}{4}x, y = \frac{1}{4}x + 2, y = \frac{1}{4}x - 6$$

5. Representa las rectas de ecuación y = 3x, y = 3x + 2, y = 3x - 7. ¿Son paralelas? ¿Cómo son sus pendientes?

6. Expresa en forma de función y representa las siguientes expresiones verbales:

- a) Una función asocia a cada número su cuarta parte.
- b) Una función asocia a cada número su doble más tres.
- c) Una función asocia a cada número su cuadrado menos el número.

7. El área de un rectángulo es 18 cm². ¿Qué valores pueden tener la base y la altura? Encuentra la ecuación de la función y represéntala.

8. La función f asocia a cada radio de la circunferencia el área del círculo correspondiente:

- a) ¿Es lineal o cuadrática?
- b) Escribe su ecuación y representala gráficamente.

9. Para pasar de centímetros a pulgadas se multiplica por 2 y se divide entre 5. Si x representa el número de centímetro e y el de pulgadas, escribe la ecuación de la función y represéntala gráficamente.

10. La función f asocia a cada radio de la circunferencia su longitud.

- a) ¿Es lineal o cuadrática?
- b) Escribe su ecuación y representala.

11. El producto de dos números es - 24.

- a) Forma una tabla de valores.
- b) Escribe su ecuación.
- c) Represéntala gráficamente.

- 12. El área de un rectángulo es 12 m².
 - a) Forma una tabla de valores para los distintos valores de la base y la altura.
 - b) Escribe su ecuación.
 - c) Represéntala gráficamente.
- 13. El área de un triángulo es 24 m².
 - a) Forma una tabla de valores para los distintos valores de la base y la altura.
 - b) Escribe su ecuación.
 - c) Represéntala gráficamente.
- 14. Dibuja la gráfica de dos funciones, una que sea siempre creciente y otra que sea siempre decreciente.
- 15. Dibuja la gráfica de una función continua que no tenga máximos ni mínimos.
- 16. Representa las siguientes gráficas:
 - a) Altura de una pelota que está botando cada vez menos, hasta que se para.
 - b) La temperatura de un plato de sopa que se queda sobre la mesa, sin consumir.
 - c) La distancia a la Tierra de un satélite artificial que da vueltas y vueltas.
 - d) La altura a la que se encuentra el asiento de un columpio cuando se balancea.



17. La tabla muestra las tarifas de un aparcamiento:

| 1ª hora o fracción | 1,50 € |
|-----------------------------|--------|
| 2ª hora o fracción | 2€ |
| Horas siguientes o fracción | 1€ |

Representa gráficamente el precio en función del tiempo de estacionamiento y analiza la gráfica obtenida.

18. Un almacén de patatas tiene un control permanente del peso de patatas almacenadas. La tabla refleja los datos de los días de una semana.

| Día | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|
| Peso (t) | 9 | 4 | 5 | 8 | 4 | 3 | 3 |

- a) Representa los datos gráficamente y analiza la gráfica obtenida.
- b) ¿Qué días sirven al almacén los proveedores?
- c) ¿Qué día cierra el almacén?

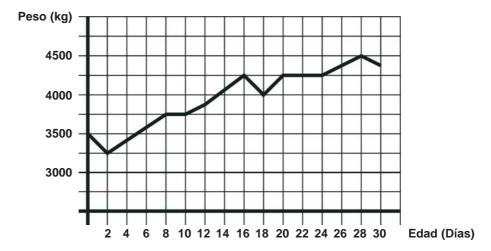


- 19. Un CD-ROM virgen cuesta 0,50 € Haz una tabla de valores y escribe la ecuación que da el precio en función del número de CD-ROM vírgenes. Representa la función y di de qué función se trata.
- **20.** En una compañía de teléfono se pagan 12 céntimos por el establecimiento de llamada y luego 9 céntimos el minuto. En otra compañía no cobran establecimiento de llamada, pero cobran 15 céntimos cada minuto. En ambas compañías se paga por tiempo real hablado. Realiza las gráficas correspondientes a cada tipo de contrato para determinar cuál resulta más rentable.
- 21. Un grupo de amigos decide alquilar un autobús para hacer una excursión. El alquiler cuesta 2400 €.
 - a) ¿Cuánto pagará cada uno si son 12 amigos? ¿Y si son 30?
 - b) Si cada uno paga 24 €, ¿cuántos amigos son?
 - c) Organiza los datos anteriores en una tabla.
 - d) Escribe la fórmula de la función.
- 22. El alquiler de un coche cuesta 20 € al día, más 0,5 € por km recorrido. Halla la ecuación que calcula lo que se cobra diariamente por el alquiler del coche, en función de los km recorridos. ¿Qué tipo de función es?

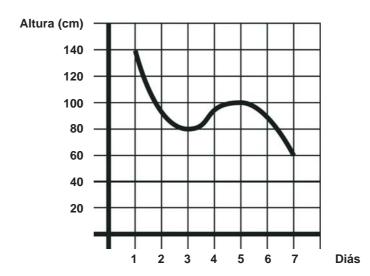
162 FUNCIONES COLEGIO VIZCAYA



23. La gráfica corresponde al peso de un bebé durante su primer mes de vida. Estudia las características de esta gráfica.

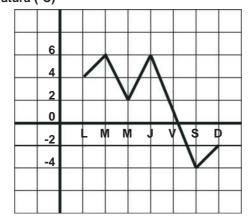


24. Analiza la siguiente gráfica en la que se muestra la altura a la que estaba el agua de un depósito a lo largo de una semana.



25. Estudia las características de la siguiente gráfica en la que se muestran las temperaturas mínimas previstas para la semana que viene.

Temperatura (°C)



Diás

COLEGIO VIZCAYA FUNCIONES 163

| 26. De es | sta unidad tienes que saber definir y poner un ejemplo de: |
|------------------|--|
| 1) | Ejes de coordenadas. Eje de abscisas y de ordenadas. |
| 2) | Coordenadas de un punto. |
| 3) | Función. |
| 4) | Variable independiente y dependiente. |
| 5) | Gráfica. |
| 6) | Función lineal y propiedades. |
| 7) | Función afín y propiedades. |
| 8) | Rectas paralelas. |
| 9) | Función constante. |
| 10) | Rectas de ecuación x = k. |
| 11) | Función de proporcionalidad inversa y propiedades. |
| 12) | Función cuadrática y propiedades. |
| 13) | Continuidad y discontinuidad. |
| 14) | Creciente y decreciente. |
| 15) | Máximos y mínimos. |

COLEGIO VIZCAYA