

FRACCIONES ALGEBRAICAS

1. Simplifica estas fracciones algebraicas:

a.
$$\frac{x^3 - 9x}{x^3 + 3x^2}$$

Sol: $x - 3$

b.
$$\frac{x - 2}{x^2 - 4}$$

Sol: $\frac{1}{x + 2}$

c.
$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 1}$$

Sol: $\frac{(x - 2) \cdot (x - 3)}{(x + 1) \cdot (x - 1)}$

d.
$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x + 6}$$

Sol: $\frac{x - 2}{x + 3}$

e.
$$\frac{x^2 + 3x}{2x^2 - 7x}$$

Sol: $\frac{x + 3}{2x - 7}$

f.
$$\frac{2x^2 + x - 6}{3x^2 + 5x - 2}$$

Sol: $\frac{(x + 2) \cdot (2x - 3)}{(x + 1) \cdot (3x + 2)}$

g.
$$\frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 25}$$

Sol: $\frac{x - 5}{x + 5}$

h.
$$\frac{x^3 - x}{x^2 + 2x + 1}$$

Sol: $\frac{x \cdot (x - 1)}{(x + 1)}$

i.
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 3x^2 + 2x}$$

Sol: $\frac{1}{x}$

j.
$$\frac{x^2 + 4}{x^4 - 16}$$

Sol: $\frac{1}{(x + 2) \cdot (x - 2)}$

2. Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes polinomios:

a. $A(x) = (x - 2) \cdot (x + 3)^2 \cdot (x - 5)$ y $B(x) = (x + 3) \cdot (x - 3) \cdot (x - 1)$

b. $A(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ y $B(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$

3. Efectúa y simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a.
$$\frac{x+2}{(x-1)^2} - \frac{x+2}{x^2-1}$$
 Sol: $\frac{2(x+2)}{(x+1)(x-1)^2}$

b.
$$\frac{x+1}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-1}$$
 Sol: $\frac{x+2}{x-1}$

c.
$$\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} + \frac{x}{x^2-1}$$
 Sol: $\frac{3}{x^2-1}$

d.
$$\frac{x-1}{x^2+x} : \frac{x^2-1}{x}$$
 Sol: $\frac{1}{(x+1)^2}$

e.
$$\frac{x-1}{x+1} - \frac{x}{x-1}$$
 Sol: $\frac{-3x+1}{x^2-1}$

f.
$$\frac{x+4}{x^2} + \frac{x-1}{x} - 1$$
 Sol: $\frac{4}{x^2}$

g.
$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x-1} - x + 2$$
 Sol: 1

h.
$$\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}} : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right)$$
 Sol: $\frac{1}{y-x}$

i.
$$1 - \frac{1}{x+3} - \frac{6}{x^2-9}$$
 Sol: $\frac{x+2}{x+3}$

j.
$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} \cdot \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$$
 Sol: $x^2 + 2x + 1$

k.
$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$
 Sol: $x + 1$

l.
$$\frac{2x+1}{x^2+x-2} - \frac{1}{x-1}$$
 Sol: $\frac{1}{x+2}$

m.
$$\frac{\frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-x}}{\frac{1}{1-x^2} - \frac{1}{1-x}}$$
 Sol: 2

n.
$$\frac{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}$$
 Sol: x

o.
$$\frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2}}{1 + \frac{4}{x^2-4}}$$
 Sol: $-\frac{4}{x^2-4}$

- p. $\frac{3x}{x-2} - \frac{5x}{x+2} - \frac{6x^2}{x^2-4}$ Sol: $\frac{-8x}{x+2}$
- q. $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} - \frac{x}{x^2-4}$ Sol: $\frac{x}{x^2-4}$
- r. $\left[1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right] : \left[1 - \frac{1}{x^2}\right]$ Sol: $\frac{x-1}{x+1}$
- s. $\left[\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right] : \left[\frac{1}{x} - 1\right]$ Sol: $\frac{1}{x}$
- t. $\left[1 - \frac{7}{x} + \frac{11}{x^2} - \frac{5}{x^3}\right] : \left[\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right]$ Sol: $x-5$
- u. $\frac{x^2-1}{x^2-x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-x-2}$ Sol: $\frac{(x+2) \cdot (x-1)}{(x-2)(x+1)}$
- v. $\left(\frac{x-2}{x+2} - \frac{x^2+4}{x^2-4}\right) \cdot \frac{x+2}{4}$ Sol: $-\frac{x}{x-2}$
- w. $\frac{x+1}{x^2-4x+4} + \frac{1}{x^2-4}$ Sol: $\frac{x^2}{(x+2)(x-2)^2} =$
- x. $\frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x \cdot (x+1)} - x$ Sol: $\frac{x^2-x}{x^2+1}$
- y. $\frac{x+1}{x^2-2x+1} - \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{2(x+1)}$ Sol: $\frac{(x+3)}{2(x-1)^2}$
- z. $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x^2-x}$ Sol: $\frac{x^3+x+1}{(x+1)(x-1)}$
- aa. $\frac{1}{x^2-4} - \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x^2-2x}$ Sol: $\frac{-x^3+2x^2+4x+6}{x(x+2)(x-2)}$
- bb. $\frac{5x+13}{x^2-5x+6} + \frac{x+1}{x^2-4x+4} - \frac{4}{x-3}$ Sol: $\frac{2x^2+17x-45}{(x-3)(x-2)^2}$

4. Halla el máximo común divisor en los siguientes casos:

- a. $A(x) = 2x^3 - x^2 - 10x - 15$ y $B(x) = x^2 + 2x - 15$ Sol: $x-3$
- b. $A(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ y $B(x) = x^3 + x^2 - 6x + 4$ Sol: $x-1$
- c. $A(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ y $B(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$ Sol: $x-3$
- d. $A(x) = x^4 - 3x^3 - 12x^2 + 17x - 3$ y $B(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 10x + 2$ Sol: $x^2 - 5x + 1$