

FRACCIONES ALGEBRAICAS

1.- Simplifica estas fracciones algebraicas:

a)
$$\frac{x^3 - 9x}{x^3 + 3x^2}$$

sol: $x-3$

b)
$$\frac{x-2}{x^2 - 4}$$

sol: $\frac{1}{x+2}$

c)
$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 1}$$

sol: $\frac{(x-2) \cdot (x-3)}{(x+1) \cdot (x-1)}$

d)
$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x + 6}$$

sol: $\frac{x-2}{x+3}$

e)
$$\frac{x^2 + 3x}{2x^2 - 7x}$$

sol: $\frac{x+3}{2x-7}$

f)
$$\frac{2x^2 + x - 6}{3x^2 + 5x - 2}$$

sol: $\frac{(x+2) \cdot (2x-3)}{(x+1) \cdot (3x+2)}$

g)
$$\frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 25}$$

sol: $\frac{x-5}{x+5}$

h)
$$\frac{x^3 - x}{x^2 + 2x + 1}$$

sol: $\frac{x \cdot (x-1)}{(x+1)}$

i)
$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 - 3x^2 + 2x}$$

sol: $\frac{1}{x}$

j)
$$\frac{x^2 + 4}{x^4 - 16}$$

sol: $\frac{1}{(x+2) \cdot (x-2)}$

2.- Halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes polinomios:

a) $A(x) = (x-2) \cdot (x+3)^2 \cdot (x-5)$ y $B(x) = (x+3) \cdot (x-3) \cdot (x-1)$

b) $A(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ y $B(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$

3.- Halla el máximo común divisor en los siguientes casos:

a) $A(x) = 2x^3 - x^2 - 10x - 15$ y $B(x) = x^2 + 2x - 15$ sol: $(x-3)$

b) $A(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ y $B(x) = x^3 + x^2 - 6x + 4$ sol: $(x-1)$

c) $A(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ y $B(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$ sol: $(x-3)$

d) $A(x) = x^4 - 3x^3 - 12x^2 + 17x - 3$ y $B(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 10x + 2$ sol: $(x^2 - 5x + 1)$

4.- Efectua y simplifica al máximo las siguientes expresiones:

a)
$$\frac{x+2}{x^2 - 2x + 1} - \frac{x}{x^2 - 1} + \frac{2x-1}{x+1}$$

b)
$$\frac{x+2}{(x-1)^2} + \frac{x+2}{x^2 - 1}$$

c)
$$\frac{1}{x^2 - 4} - \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x^2 - 2x}$$

d)
$$\frac{x+1}{x-2} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$$

$$\text{e)} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} + \frac{x}{x^2-1}$$

$$\text{f)} \frac{x-1}{x^2+x} : \frac{x^2-1}{x}$$

$$\text{g)} \frac{x-1}{x+1} - \frac{x}{x-1}$$

$$\text{sol: } \frac{-3x+1}{x^2-1}$$

$$\text{h)} \frac{x+4}{x^2} + \frac{x-1}{x} - 1$$

$$\text{sol: } \frac{4}{x^2}$$

$$\text{i)} \frac{x^2-2x+1}{x-1} - x + 2$$

$$\text{sol: } 1$$

$$\text{j)} \frac{3x}{x-2} - \frac{5x}{x+2} - \frac{6x^2}{x^2-4}$$

$$\text{sol: } \frac{-8x}{x+2}$$

$$\text{k)} 1 - \frac{1}{x+3} - \frac{6}{x^2-9}$$

$$\text{sol: } \frac{x+2}{x+3}$$

$$\text{l)} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} - \frac{x}{x^2-4}$$

$$\text{sol: } \frac{x}{x^2-4}$$

$$\text{m)} \left[1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} \right] : \left[1 - \frac{1}{x^2} \right]$$

$$\text{sol: } \frac{x-1}{x+1}$$

$$\text{n)} \left[\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right] \cdot \left[\frac{1}{x} - 1 \right]$$

$$\text{sol: } \frac{1}{x}$$

$$\text{o)} \left[1 - \frac{7}{x} + \frac{11}{x^2} - \frac{5}{x^3} \right] : \left[\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right]$$

$$\text{sol: } x-5$$

$$\text{p)} \frac{x^2+2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x^4-1}{x^2+1}$$

$$\text{sol: } x^2 + 2x + 1$$

$$\text{q)} \frac{x^2-1}{x^2-x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-x-2}$$

$$\text{sol: } \frac{(x^2+2) \cdot (x-1)^2}{(x-2)^2}$$

$$\text{r)} \frac{2x+1}{x^2+x-2} - \frac{1}{x-1}$$

$$\text{sol: } \frac{1}{x+2}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$$

$$\text{sol: } x+1$$

$$s) \left(\frac{x-2}{x+2} - \frac{x^2+4}{x^2-4} \right) \cdot \frac{x+2}{4}$$

$$t) \frac{x+1}{x^2-4x+4} + \frac{1}{x^2-4}$$

$$u) \left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right) : \left[\left(\frac{1+x}{1-x} - 1 \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1-x} \right) \right]$$

$$v) \frac{\frac{1}{1+x} - \frac{1}{1-x}}{\frac{2}{1-x^2} + \frac{1}{1-x}}$$

$$w) \frac{\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-2}}{\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}}$$

$$x) \frac{1}{\frac{x-1}{x \cdot (x+1)} + \frac{x-2}{x^2 \cdot (x-1)}} + x$$

$$y) \frac{\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2}}{1 - \frac{4}{x^2-4}}$$

$$z) \frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x^2-x}$$

$$ab) \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}} : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right)$$

$$ac) \frac{5x+13}{x^2-5x+6} + \frac{x+1}{x^2-4x+4} - \frac{4}{x-3}$$